

Câu 1: (1.5 điểm)

- a. Tín hiệu $x(t)$ có 2 tần số $f_1 = 10\text{Hz}$, $f_2 = 25\text{Hz}$. Điều kiện tần số lấy mẫu $f_s \geq 2f_2 = 50\text{Hz}$. [0.5 đ]

- b. Tín hiệu sau khi hồi phục:

$$y(t) = 10 \cos[2\pi(10)t - \pi/4] - 5 \cos[2\pi(25 - nf_s)t] = 10 \cos(20\pi t - \pi/4) + A \quad [0.5 \text{ đ}]$$

$$\Rightarrow n = 1, f_s = 25\text{Hz}, A = -5 \quad [0.5 \text{ đ}]$$

Câu 2: (4 điểm)

- a. [1.0 đ]

- $X(z) = \frac{1}{1 - z^{-1}}, |z| > 1$ [0.25 đ]

- $y(n) = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} u(n+1) = 4\delta(n+1) + 2\left(\frac{1}{2}\right)^n u(n)$ [0.25 đ]

- $Y(z) = 4z + \frac{2}{1 - \frac{1}{2}z^{-1}}, \frac{1}{2} < |z| < \infty$ [0.25 đ]

- $H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{4(z-1)}{1 - \frac{1}{2}z^{-1}}, 1 < |z| < \infty$ [0.25 đ]

- b. [2.0 đ]

- $H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1}{z^{-1} - \frac{10}{3} + z} = \frac{z}{(z-3)(z-\frac{1}{3})} = \frac{z^{-1}}{(1-3z^{-1})(1-\frac{1}{3}z^{-1})}$ [0.5 đ]

- Zero: $z = 0$ và cực $z_1 = 3, z_2 = 1/3$. Vẽ giản đồ cực-zero [0.5 đ]

- $H(z) = \frac{z^{-1}}{(1-3z^{-1})(1-\frac{1}{3}z^{-1})} = \frac{3/8}{(1-3z^{-1})} - \frac{3/8}{(1-\frac{1}{3}z^{-1})}$ [0.5 đ]

- Hệ thống LTI ổn định, $\frac{1}{3} < |z| < 3$: $h(n) = -\frac{3}{8}(3)^n u(-n-1) - \frac{3}{8}\left(\frac{1}{3}\right)^n u(n)$ [0.5 đ]

- c. [1.0 đ]

- $H(e^{j\omega}) = \frac{Y(e^{j\omega})}{X(e^{j\omega})} = \frac{1}{e^{-j\omega} - \frac{10}{3} + e^{j\omega}} = \frac{3}{6\cos\omega - 10}$ [0.25 đ]

- $\omega = 0$: $H(e^{j0}) = -\frac{3}{4} \Rightarrow y_1(n) = 2\left(-\frac{3}{4}\right) = -\frac{3}{2}$ [0.25 đ]

- $\omega = \frac{\pi}{3}$: $H(e^{j\frac{\pi}{3}}) = -\frac{3}{7} \Rightarrow y_2(n) = \frac{3}{7} \cos\left(\frac{\pi}{3}n + 150^\circ\right)$ [0.25 đ]
- $y(n) = y_1(n) + y_2(n) = -\frac{3}{2} + \frac{3}{7} \cos\left(\frac{\pi}{3}n + 150^\circ\right), -\infty < n < +\infty$ [0.25 đ]

Câu 3: (3 điểm)

a. [1.0 đ]

- Lập bảng chập [0.5 đ]
- $v(n) = \{-1, -4, -3, 3, 4, 4, 3, -2, 1, -5, 2, -2\}$ [0.5 đ]

b. [1.0 đ]

- Tính $v(n-8) = \{0, 0, -1, -4, -3, 3, 4, 4, 3, -2, 1, -5, 2, -2\}$ [0.5 đ]
- $w(n) = \{3, -2, 0, -9, -1, 1, 4, 4\}$ [0.5 đ]

c. [1.0 đ]

- $z(n) = x((n-3))_8 + y((n+2))_8$ [0.25 đ]
- $x((n-3))_8 = \{1, 2, -1, 0, -2, 1, -1, 0\}$ [0.25 đ]
- $y((n+2))_8 = \{2, 0, 0, -1, -2, 0, 1, 0\}$ [0.25 đ]
- $z(n) = \{3, 2, -1, -1, -4, 1, 0, 0\}$ [0.25 đ]

Câu 4: (1.5 điểm)

- Sắp xếp lại các phần tử $x(n)$ và tính các ngõ ra tầng 1 của FFT 8 điểm. [0.5 đ]
- Tính các ngõ ra của tầng 2 của FFT 8 điểm. [0.5 đ]
- Các tần phổ $X(k)$ trong một chu kì:
 $\{0, 2.0000-4.8284j, 0, 2.0000-0.8284j, 0, 2.0000+0.8284j, 0, 2.0000+4.8284j\}$. [0.5 đ]

Bộ môn ĐT-VT